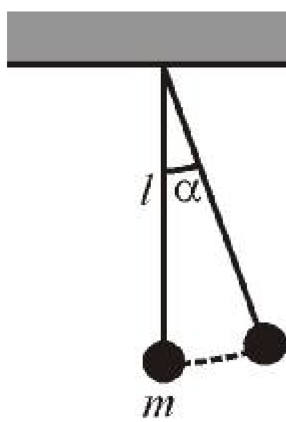
Laboratorní práce
Jak pomocí matematického kyvadla určíme hmotnost Země?

Co je třeba znát

V 16. století si na jedné bohoslužbě všímá Galileo Galilei kývání lampy. A napadne ho použít svůj puls jako stopky a měří dobu kyvů a náhodně tak přichází na to, že doba kyvu lampy není závislá na velikosti (amplitudě) kyvu, což později dokazuje i experimentálně.

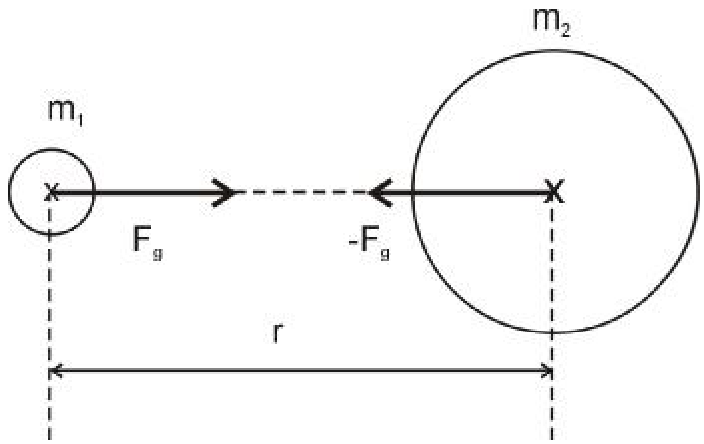
V historii měření času sehrálo právě kyvadlo významnou roli - představuje jednoduché zařízení, jehož periodu kmitání lze snadno a poměrně přesně nastavit změnou jediného parametru, kterým je délka kyvadla.

Matematické kyvadlo – myšlenkový model: hmotný bod zavěšený nedeformujícím se závěsu zanedbatelné hmotnosti. Přibližně ho realizujeme zavěšením závaží na tenkou pevnou nit, jejíž hmotnost je zanedbatelně malá vzhledem k hmotnosti závaží. (Pozn. Závaží vychylujeme z rovnovážné polohy tak, aby výchylka nepřesáhla 5°.)

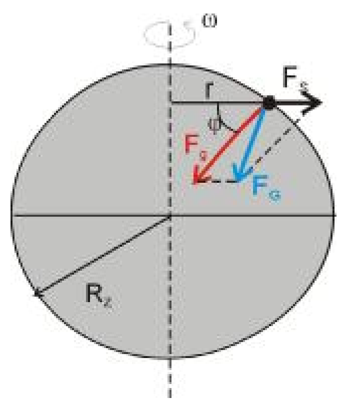


Pro periodu matematického kyvadla platí vztah: $T = 2p\sqrt{\frac{l}{g}}$.

V okolí každého tělesa existuje gravitační pole. Projevuje se silami, kterými těleso působí na jiná tělesa. Silové působení není vázáno na látkové prostředí mezi tělesy, je pouze podmíněno hmotností těles a vzdáleností mezi nimi. Každá dvě tělesa v gravitačním poli na sebe působí silou o velikosti $F_g = k\frac{m_1 m_2}{d^2}$.

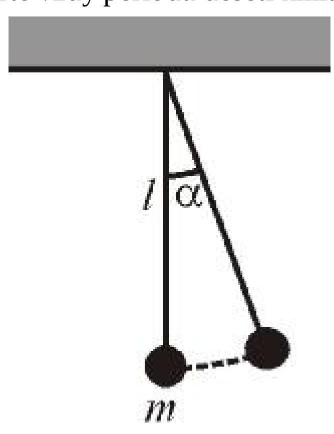


Na povrchu Země působí kromě gravitační síly F_g ještě síla odstředivá F_S (v důsledku otáčení Země kolem své osy). Výslednicí těchto dvou sil je síla tíhová F_G. Platí $F_G = mg$.



Pozn.

1) Pro všechny následující experimenty si sestrojte model matematického kyvadla, zavěste na stojan, vyznačte si rovnovážnou polohu a kyvadlo vychylujte z rovnovážné polohy maximálně o 5°. Měřte vždy periodu deseti kmitů.



2) Počítejte s hodnotami: $R_Z = 6378\,\text{km}$, $k = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

Úkol č. 1
Ověřte, že perioda kyvadla nezávisí na jeho hmotnosti.

Postup:

1. Sestrojte si dvě kyvadla o stejné délce, ale různé hmotnosti.
2. U každého z nich změřte 5x periodu odpovídající deseti kmitům.
3. Z průměrné hodnoty T_{10} určete periodu jednoho kmitu kyvadla T.
4. Doplňte závěr.

$\boldsymbol{m}$ = kg	$\boldsymbol{T_{10}}$ (s)
$\overline{T_{10}}$ =	
T =	

$\boldsymbol{m}$ = kg	$\boldsymbol{T_{10}}$ (s)
$\overline{T_{10}}$ =	
T =	

Závěr

Experimentálně jsme dokázali, že perioda kmitu kyvadla ……………………. na jeho hmotnosti.

Úkol č. 2

Ověřte, že perioda kyvadla závisí na jeho délce.

Postup:

1. Sestrojte si tři kyvadla o stejné hmotnosti, ale jiné délce závěsu.
2. U každého z nich změřte 5x periodu odpovídající deseti kmitům.
3. Z průměrné hodnoty T_{10} určete periodu jednoho kmitu kyvadla T a hodnotu T^2.
4. Doplňte závěr.

$\boldsymbol{l_1}$ = m	$\boldsymbol{T_{10}}$ (s)
T_1 =	
T_1^2 =	

$\boldsymbol{l_2}$ = m	$\boldsymbol{T_{10}}$ (s)
T_2 =	
T_2^2 =	

$\boldsymbol{l_3}$ = m	$\boldsymbol{T_{10}}$ (s)
T_3 =	
T_3^2 =	

Závěr

Doba kmitu kyvadla se s rostoucí délkou závěsu …………………….. .

Úkol č.3
Zjištění hodnoty tíhového zrychlení pomocí periody kyvadla.

Pro periodu kyvadla platí, že $T = 2p\sqrt{\frac{l}{g}}$. Dokažte matematicky správnost vztahu: $g = \frac{4p^2 l}{T^2}$.

Pro výpočet ***g*** využijte výsledků pro každé z kyvadel z úkolu č. 2. Hodnotu ***g*** uveďte jako jejich průměr.

Úkol č.4
Určete „bez vážení“hmotnost Země. Použijte výsledku z úkolu č. 3.

Předpokládejte, že na kyvadlo působí Země gravitační silou $F_g = k\frac{mM_Z}{R_Z^2}$ a položme její velikost rovnu velikosti tíhové síly, kterou Země k sobě kyvadlo přitahuje $F_G = mg$.

Tedy $mg = k\frac{mM_Z}{R_Z^2}$. Odvoďte vztah pro výpočet M_Z a vypočtěte tuto hmotnost. Porovnejte s tabulkovou hodnotou $M_Z = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.